

Współczynniki transportu zawieszin cząstek sferycznych

Karol Makuch



15.05.2014
Politechnika Warszawska



INNOVATIVE ECONOMY
NATIONAL COHESION STRATEGY



EUROPEAN UNION
EUROPEAN REGIONAL
DEVELOPMENT FUND

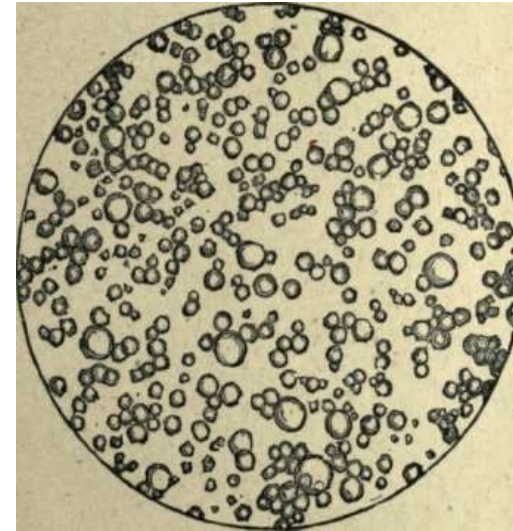


Zawiesiny – od mikro do makro



Makro:

Lepkość efektywna
Współczynnik sedimentacji
Czynnik hydrodynamiczny

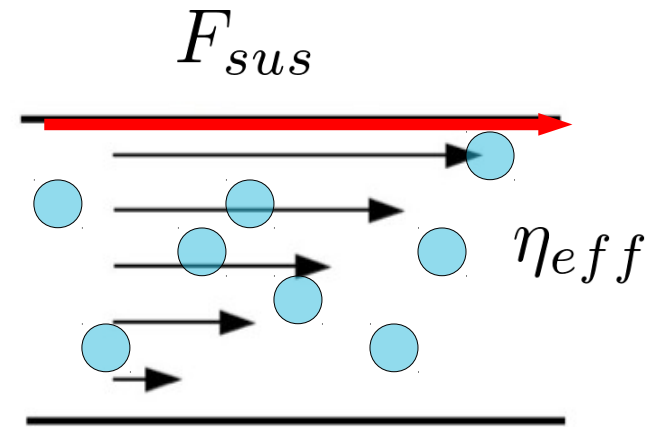
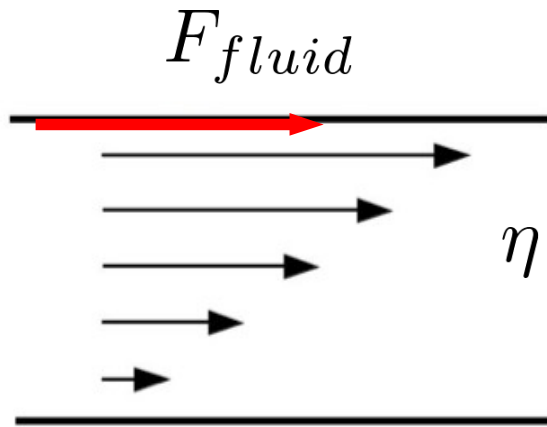


Mikro:

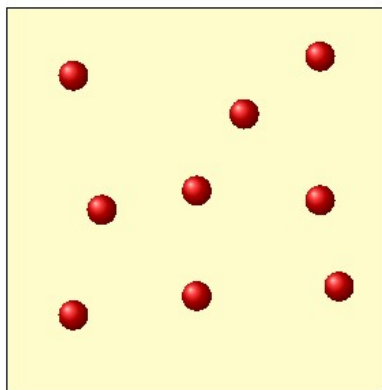
Promień cząstek
Lepkość płynu
Ułamek objętościowy

“Najprostszy” układ:
Zawiesina cząstek sferycznych (sztywne kule)
Problem: od mikro do makro

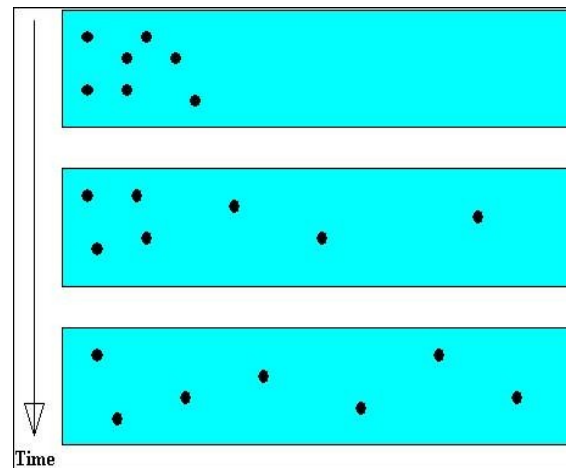
Lepkość, sedymentacja, dyfuzja



$$\frac{\eta_{eff}}{\eta} = \frac{F_{sus}}{F_{fluid}}$$



Pole
grawitacyjne



Prawo Ficka:

$$\vec{J} = -D\vec{\nabla}c$$

Początek fizyki statystycznej zawiesin



Einstein 1906:

$$\eta_{eff} = \eta \left(1 + \frac{5}{2} \phi \right)$$

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a}$$

$$\phi = \frac{4}{3} \pi a^3 n$$

Równanie Naviera-Stokesa

$$\begin{aligned}\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla\mathbf{v}\right) &= -\nabla p(\mathbf{r}) + \eta\Delta\mathbf{v}(\mathbf{r}) \\ \nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}) &= 0\end{aligned}$$

Druga zasada dynamiki Newtona

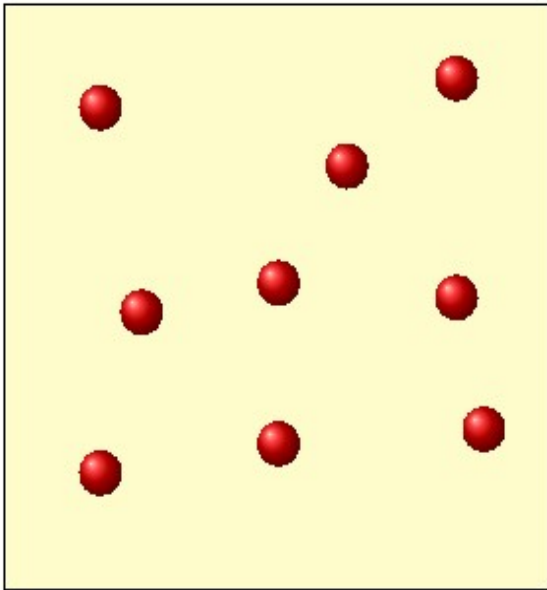
Warunek nieściśliwości cieczy

Powolny przepływ (mała liczba Reynoldsa):

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla\mathbf{v}\right) \approx 0$$

Zawiesina sztywnych kul

Nieograniczony płyn,
N cząstek



Stacjonarne równania Stokesa:

$$\nabla p(\mathbf{r}) - \eta \Delta \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$$

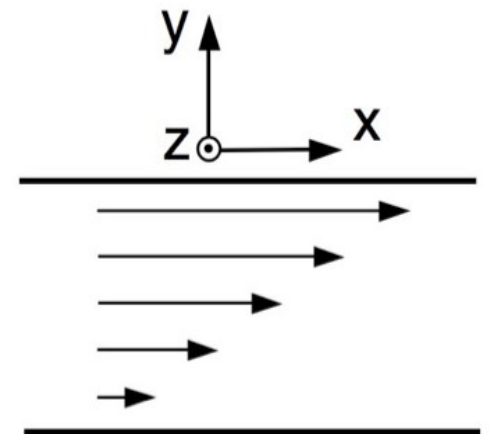
Warunki brzegowe przylegania,

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{U}_i + \boldsymbol{\Omega}_i \times (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \quad \text{dla } \mathbf{r} \in S_i$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) \rightarrow \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) \quad \text{dla } r \rightarrow \infty$$

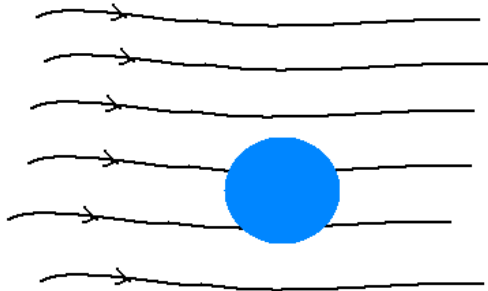
e.g. przepływ ścinający:

$$\mathbf{v}_0(\mathbf{r}) = \gamma y \hat{\mathbf{e}}_x$$



Problem jednocząstkowy

Pojedyncza cząstka w przepływie $\mathbf{v}_0(\mathbf{r})$



Lamb (1895) $\mathbf{v}_{lm\sigma}^+(\mathbf{r})$
 $l = 1, 2, \dots, \infty$
 $m = -l, \dots, l$
 $\sigma = 0, 1, 2$

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \mathbf{M}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1, \mathbf{r}' - \mathbf{R}_1) \mathbf{v}_0(\mathbf{r}')$$

Gęstość sił
 (Cox Brenner (1967); Mazur, Bedeaux (1974))

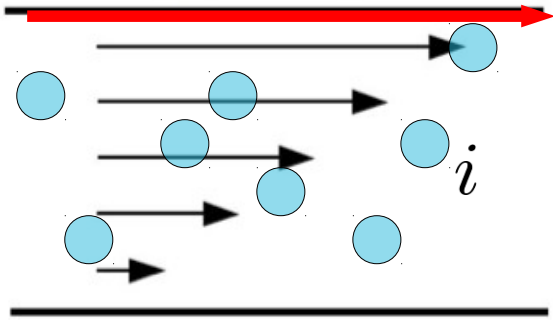
Jednocząstkowy konwekcyjny operator oporu
 (Felderhof 1976)

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) + \int d^3\mathbf{r}' \mathbf{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}')$$

Tensor Oseena:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}) = \frac{1}{8\pi\eta} \frac{\mathbf{1} + \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

Zawiesina



$$\mathbf{v}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) + \sum_{j \neq i} \int d^3\mathbf{r}' \mathbf{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}')$$

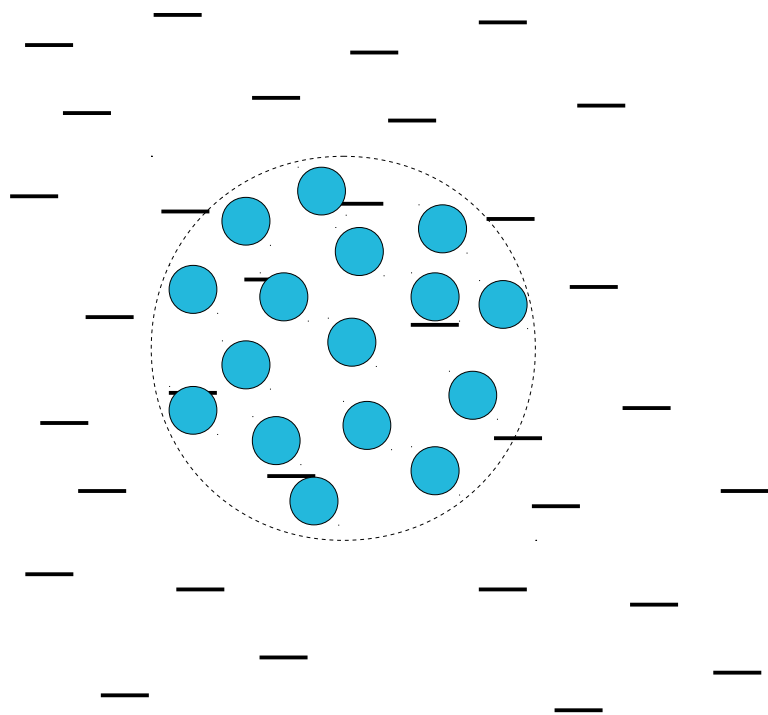
$$\mathbf{f}_i(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \mathbf{M}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i, \mathbf{r}' - \mathbf{R}_i) \mathbf{v}_0(\mathbf{r}')$$

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{M}(i) \left(\mathbf{v}_0 + \sum_{i \neq j} \mathbf{G} \mathbf{f}_j \right)$$

Formalne rozwiązanie w postaci szeregu rozproseniowego:

$$\mathbf{f}_i = \left(\mathbf{M}(i) + \sum_{j \neq i} \mathbf{M}(i) \mathbf{G} \mathbf{M}(j) + \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq j} \mathbf{M}(i) \mathbf{G} \mathbf{M}(j) \mathbf{G} \mathbf{M}(k) + \dots \right) \mathbf{v}_0$$

Lepkość efektywna - Einstein

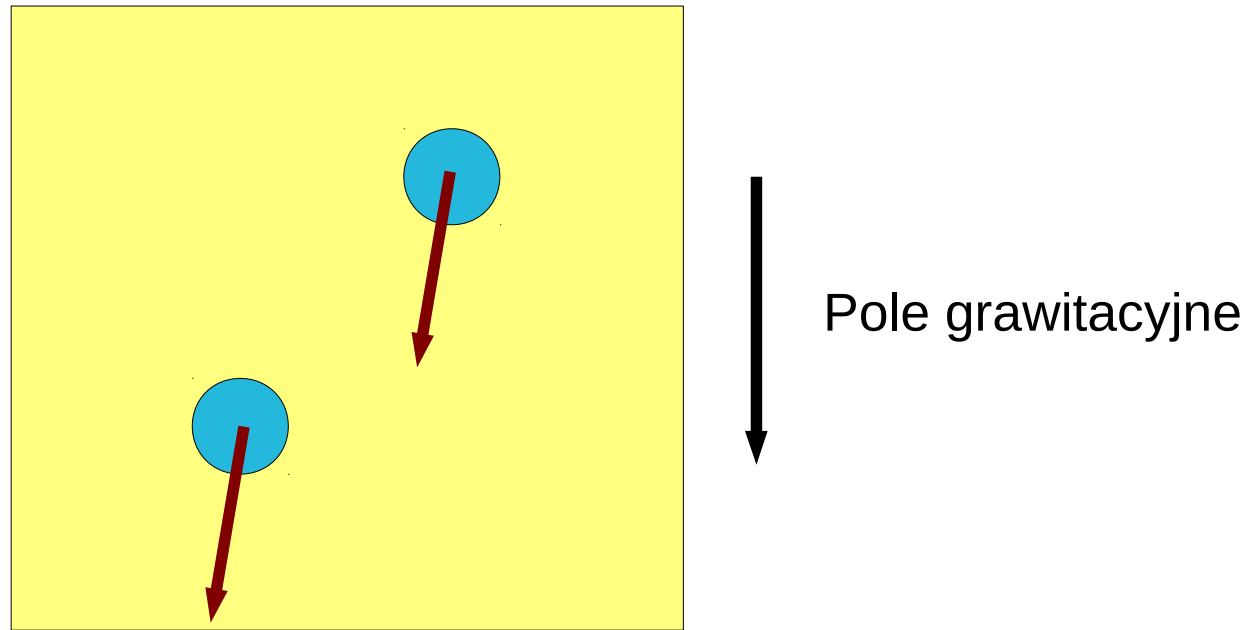


Przepływ otaczający $\mathbf{v}_0(\mathbf{r})$

$$\eta_{eff} = \eta \left(1 + \frac{5}{2} \phi \right)$$

- Skończona liczba cząstek
- Cząstki nie wpływają na swój ruch

Oddziaływania hydrodynamiczne - Smoluchowski



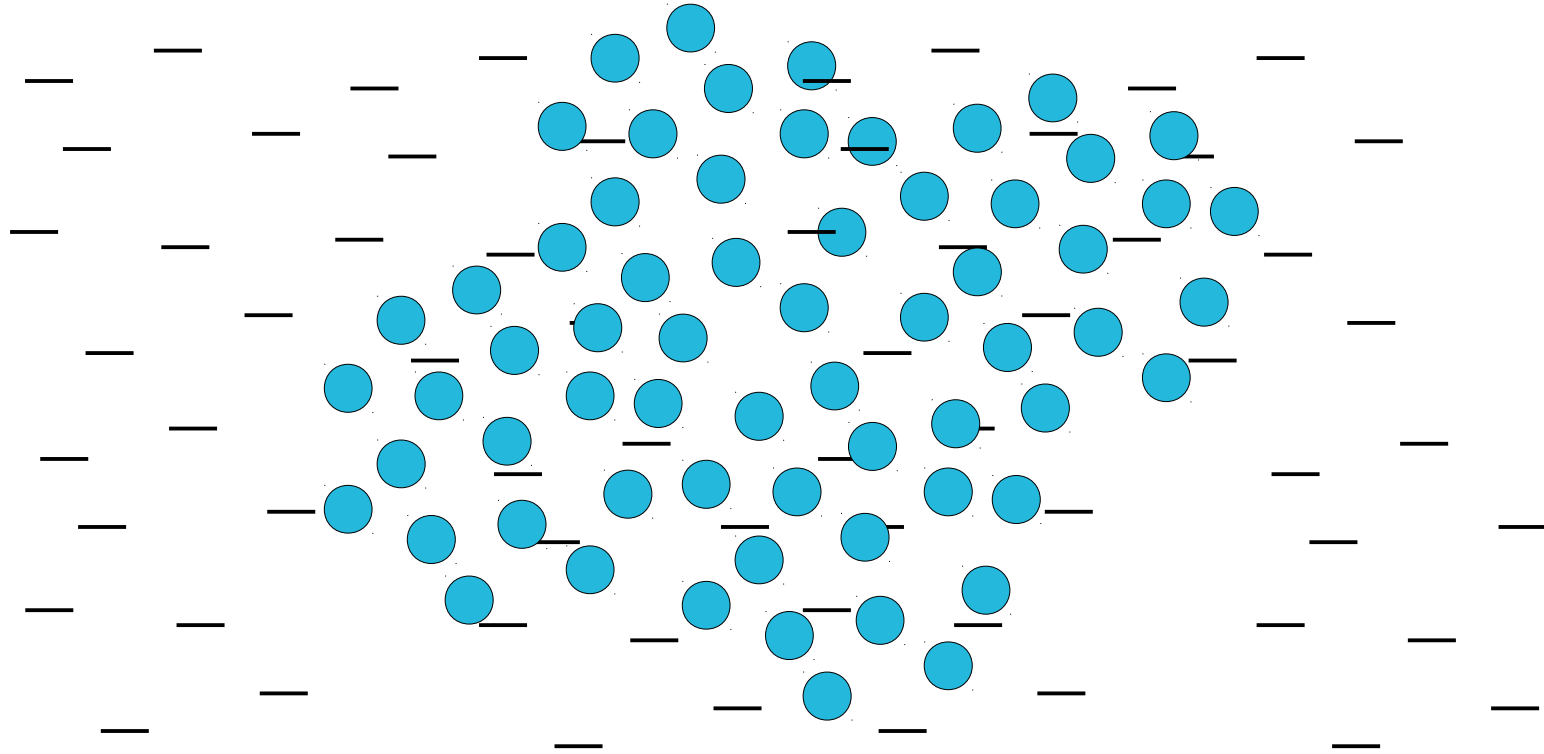
$$\mathbf{U}_1 \leftarrow \text{1} + \text{2} + \dots$$

The diagram illustrates the expansion of the first-order velocity $\mathbf{U}_1$ in terms of hydrodynamic interactions. It shows a sequence of diagrams representing different orders of interaction between two particles (labeled 1 and 2):

- The first term is a single blue circle labeled "1", representing the isolated particle.
- The second term is a diagram with two blue circles, one above the other, labeled "2". A single black arrow points downwards from the top circle to the bottom circle, representing the direct hydrodynamic interaction.
- The third term is a diagram with two blue circles. Two parallel black arrows connect them: one pointing down from the top circle and one pointing up from the bottom circle, representing a higher-order interaction.
- The sequence continues with a plus sign and an ellipsis "..." indicating further terms in the expansion.

$$\mathbf{f}_1 = \left(M(1) + M(1)GM(2) + M(1)GM(2)GM(1) + M(1)GM(2)GM(1)GM(2) + \dots \right) \mathbf{v}_0$$

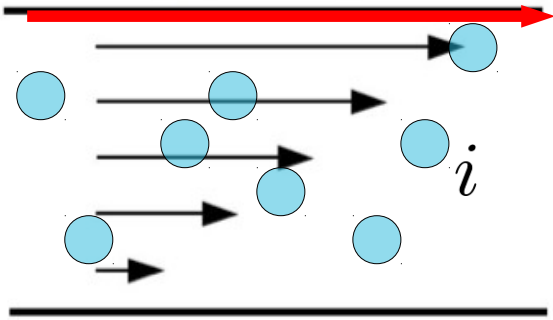
Oddziaływania hydrodynamiczne są długozasięgowe



$$\int d^3r |\mathbf{G}(\mathbf{r})| = \infty$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}) = \frac{1}{8\pi\eta} \frac{\mathbf{1} + \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

Poza zawiesiny o małej gęstości cząstek - Saito



$$\mathbf{v}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) + \sum_{j \neq i} \int d^3\mathbf{r}' \mathbf{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}')$$

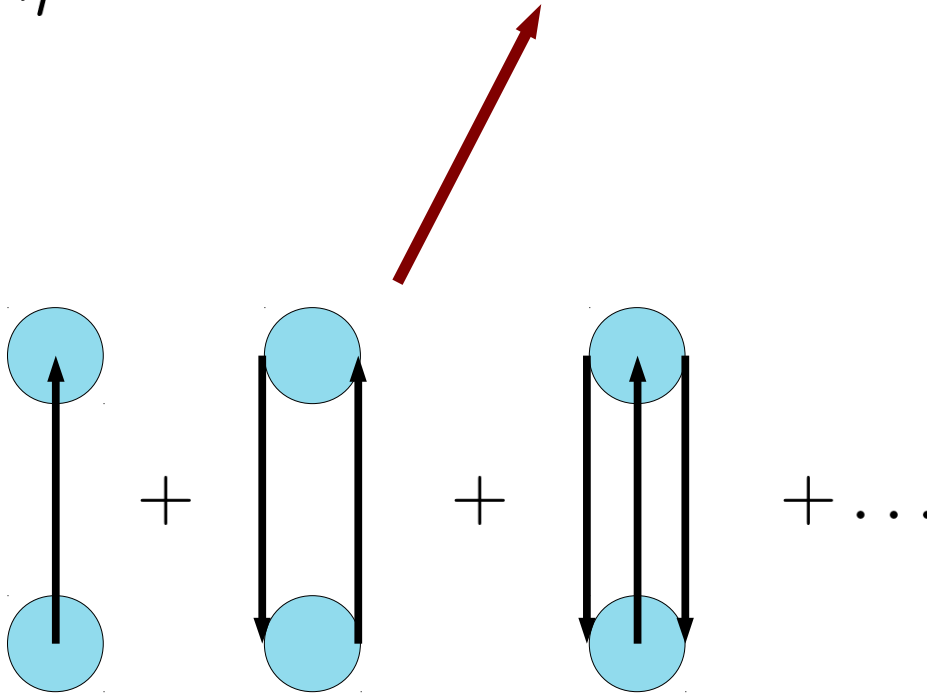
Saito:

$$\sum_{j \neq i} \mathbf{f}_j \rightarrow \int_{|\mathbf{R} - \mathbf{R}_i| > 2a} d^3R n \langle \mathbf{f} \rangle$$

$$\frac{\eta_{eff}}{\eta} = \frac{1 + \frac{3}{2}\phi}{1 - \phi}$$

Dwuciałowe oddziaływania hydrodynamiczne

$$\frac{\eta_{eff}}{\eta} = 1 + \frac{5}{2}\phi + a_2\phi^2 + \dots$$



$$\int d^3r |\mathbf{G}(\mathbf{r})| = \infty$$

Batchelor, Green (1972): $a_2 \approx 5.2$

(ad hoc)

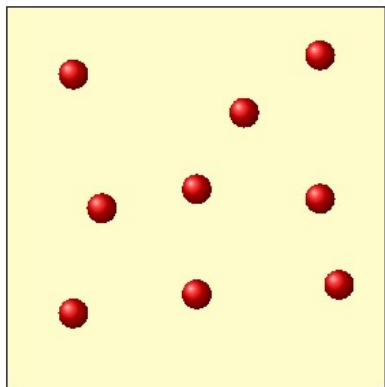
1982 – rozwiązanie problemu długozasięgowych OH

B. U. Felderhof,¹ G. W. Ford,² and E. G. D. Cohen³

Received August 24, 1981

We derive a cluster expansion for the electric susceptibility kernel of a dielectric suspension of spherically symmetric inclusions in a uniform background. This also leads to a cluster expansion for the effective dielectric constant. It is shown that the cluster integrals of any order are absolutely convergent, so that the dielectric constant is well defined and independent of the shape of the sample in the limit of a large system. We compare with virial expansions derived earlier in

Szereg rozproseniowy



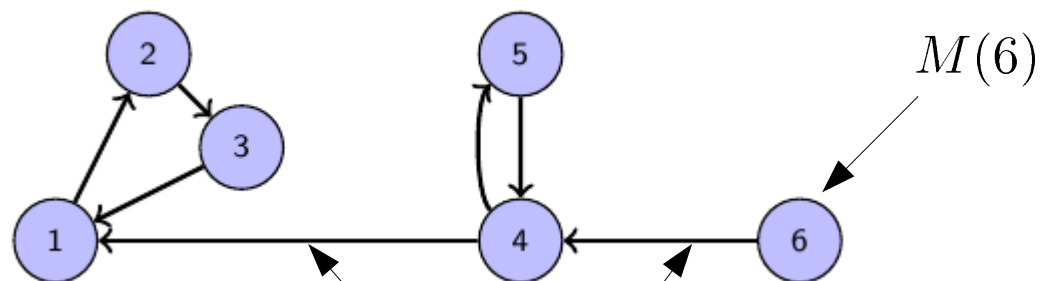
$$\mathbf{f}_i = \left(\mathbf{M}(i) + \sum_{j \neq i} \mathbf{M}(i) \mathbf{G} \mathbf{M}(j) + \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq j} \mathbf{M}(i) \mathbf{G} \mathbf{M}(j) \mathbf{G} \mathbf{M}(k) + \dots \right) \mathbf{v}_0$$

Przykład sekwencji rozproseniowej
(wielociałowa):

$$M(1)GM(3)GM(2)GM(1) \times \\ G \times M(4)GM(5)GM(4) \times G \times M(6)$$

Krótkozasięgowe OH
(silne oddziaływania bliskich cząstek)

długozasięgowe oddziaływania hydrodynamiczne



$$S_I(123)G S_I(45)G S_I(6)$$

$$C_1 \equiv 123 \quad C_2 \equiv 45 \quad C_3 \equiv 6$$

Opis makroskopowy zawiesiny

Średnia gęstość sił:

$$\langle \mathbf{f}(\mathbf{R}) \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \mathbf{f}_i \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_i) \right\rangle$$

Średnia po rozkładzie prawdopodobieństwa dla położenia cząstek $p(1 \dots N)$

$$\langle f(\mathbf{R}) \rangle = \int d^3\mathbf{R}' T(\mathbf{R}, \mathbf{R}') v_0(\mathbf{R}')$$

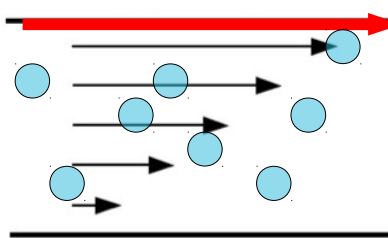
Operator odpowiedzi zawiesiny w zewnętrznym przepływie

$$T = \sum_{b=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_b} \int dC_1 \dots dC_b n(C_1 \dots C_b) S_I(C_1) G \dots G S_I(C_b)$$

cząstkowe funkcje rozkładu

$$n(\mathbf{R}_1 \dots \mathbf{R}_s) = \lim_{\infty} \left\langle \sum_{i_1 \neq \dots \neq i_s} \delta(\mathbf{R}_1 - i_1) \dots \delta(\mathbf{R}_s - i_s) \right\rangle$$

Opis makroskopowy - lepkość



$$\langle f(\mathbf{R}) \rangle = \int d^3\mathbf{R}' T^{irr}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \langle v(\mathbf{R}') \rangle$$

średnia gęstość sił

operator odpowiedzi

średnie pole prędkości zawiesiny

Współczynnik lepkości efektywnej dany bezpośrednio przez operator T^{irr}

Rozkład grupowy (1982):

krótkozasięgowe oddziaływania hydrodynamiczne

$$T^{irr} = \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_g} \int dC_1 \dots dC_g b(C_1 | \dots | C_g) S_I(C_1) \mathbf{G} \dots \mathbf{G} S_I(C_g)$$

Blokowe funkcje rozkładu
(konfiguracje cząstek)

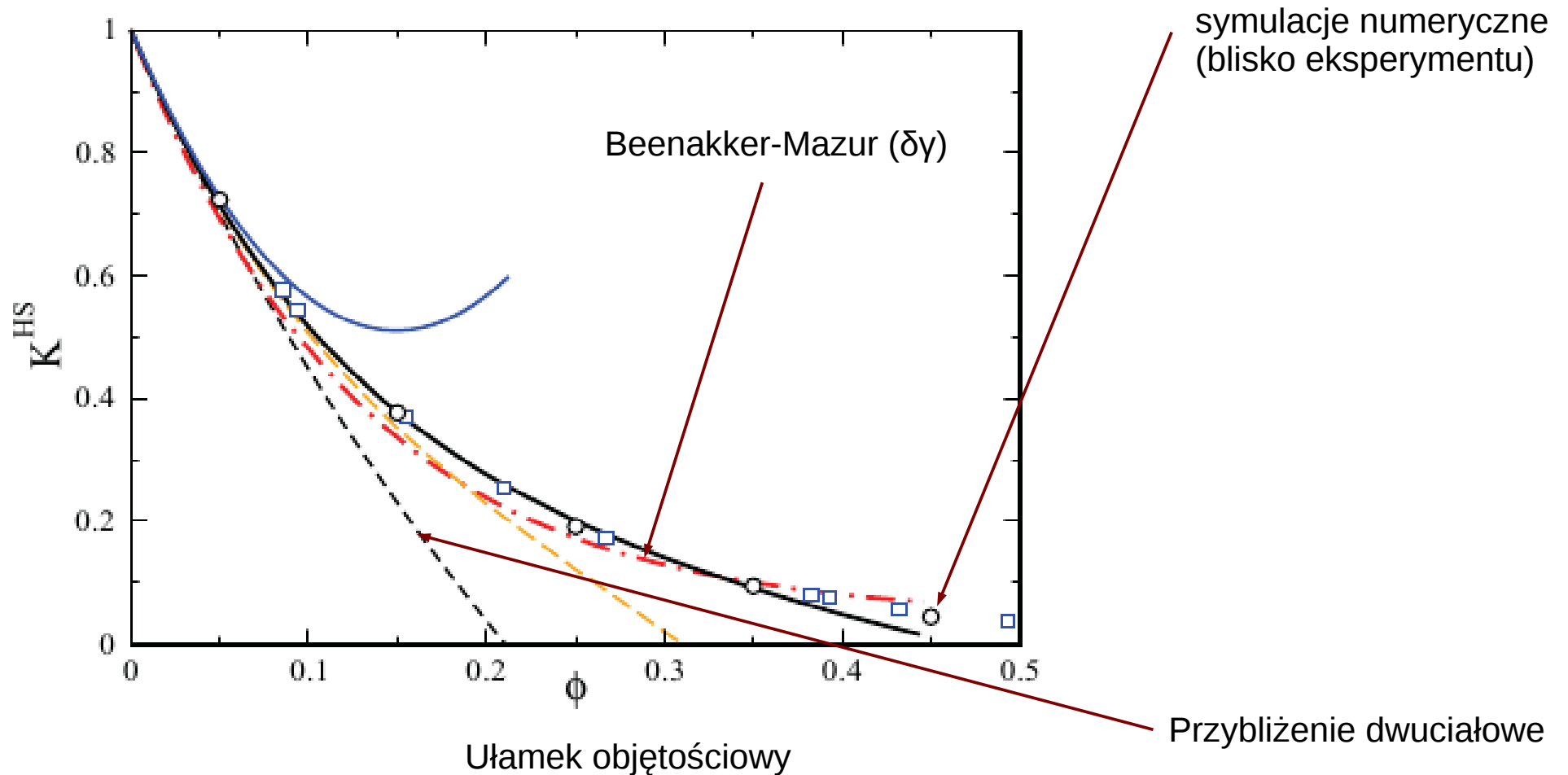
tensor Oseena (czysty płyn):

$$\mathbf{G} = \frac{1}{8\pi\eta} \frac{\mathbf{1} + \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

Oddziaływania hydrodynamiczne

Wielociałowy charakter

Współczynnik sedimentacji zawiesiny sztywnych kul

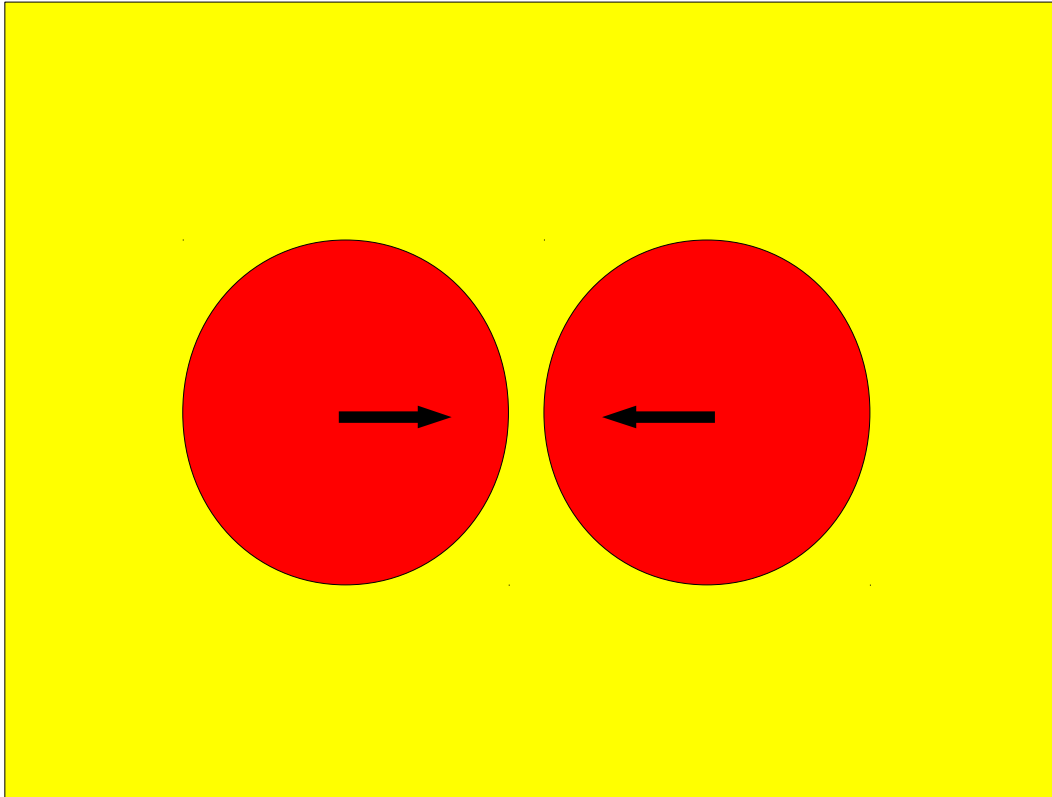


Przybliżenie dwuciałowe słuszne dla ułamków objętościowych mniejszych niż około 5%

Oddziaływania hydrodynamiczne

Silne oddziaływania bliskich cząstek

Aby utrzymać stałą prędkość zbliżania potrzebna asymptotycznie nieskończona siła



Jeffrey, Onishi (1984)

Oddziaływania hydrodynamiczne

Długozasięgowe

Wielociałowe

Silne oddziaływania bliskich cząstek

Najbardziej prominentna metoda wyznaczania współczynników transportu:

- teoria Beenakker-Mazura (schemat $\delta\gamma$), 1983

- nie uwzględnia silnych oddziaływań hydrodynamicznych bliskich cząstek

Efektywna funkcja Greena

Przepływ wywołany siłą działającą na cząstki w małym obszarze

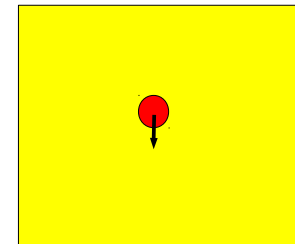
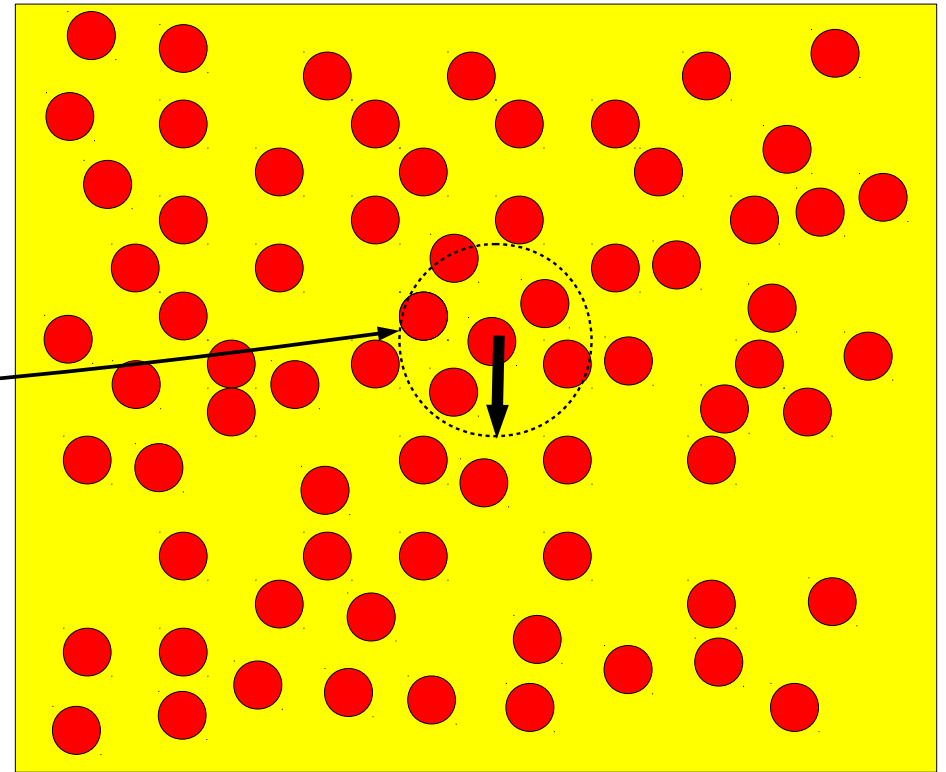
Całkowita siła działająca na cząstki

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) \sim \mathbf{G}_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \mathbf{F}$$

Efektywna funkcja Greena
(efektywny propagator):

$$\mathbf{G}_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \sim \frac{1}{8\pi\eta_{\text{eff}}} \frac{\mathbf{1} + \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}}{r} = \frac{\eta}{\eta_{\text{eff}}} \mathbf{G}(\mathbf{r})$$

Daleko od obszaru



$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) \sim \mathbf{G}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{F}$$

Renormalizacja 2011

Rozkład grupowy (1982):

$$T^{irr} = \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_g} \int dC_1 \dots dC_g b(C_1 | \dots | C_g) S_I(C_1) \mathbf{G} \dots \mathbf{G} S_I(C_g)$$

Blokowe funkcje rozkładu
(konfiguracje cząstek)

Tensor Oseena (czysty płyn):

$$\mathbf{G} = \frac{1}{8\pi\eta} \frac{\mathbf{1} + \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

Rozwinięcie pierścieniowe (2011):

$$T^{irr} = \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_g} \int dC_1 \dots dC_g H(C_1 | \dots | C_g) S_I(C_1) \mathbf{G}_{\text{eff}} \dots \mathbf{G}_{\text{eff}} S_I(C_g)$$

Blokowe funkcje korelacji
 $H=b$ dla $g=1,2$,
 H różne od b dla $g>2$.

Efektywny propagator:

$$\mathbf{G}_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \sim \frac{\eta}{\eta_{\text{eff}}} \mathbf{G}(\mathbf{r})$$

$$S_I(C_1) \text{---} S_I(C_2) \text{---} S_I(C_3) \text{---} \dots \text{---} S_I(C_b)$$

$$n(C_1 C_2 C_3 \dots C_b)$$

Diagramatyczna reprezentacja funkcji rozkładu

$$n(C_1) = g(C_1)$$

$$n(C_1) = \overset{C_1}{\bullet}$$

$$S_I(C_1) \text{---} S_I(C_2) \text{---} S_I(C_3) \text{---} \dots \text{---} S_I(C_b)$$

$$n(C_1 C_2 C_3 \dots C_b)$$

Diagramatyczna reprezentacja funkcji rozkładu

$$n(C_1 C_2) = g(C_1)g(C_2) + g(C_1|C_2)$$

$$n(C_1 C_2) = \begin{array}{c} C_1 \\ \bullet \end{array} \quad \begin{array}{c} C_2 \\ \bullet \end{array} + \begin{array}{c} C_1 \\ \bullet \end{array} \text{---} \begin{array}{c} C_2 \\ \bullet \end{array}$$

$$S_I(C_1) \text{---} S_I(C_2) \text{---} S_I(C_3) \text{---} \dots \text{---} S_I(C_b)$$

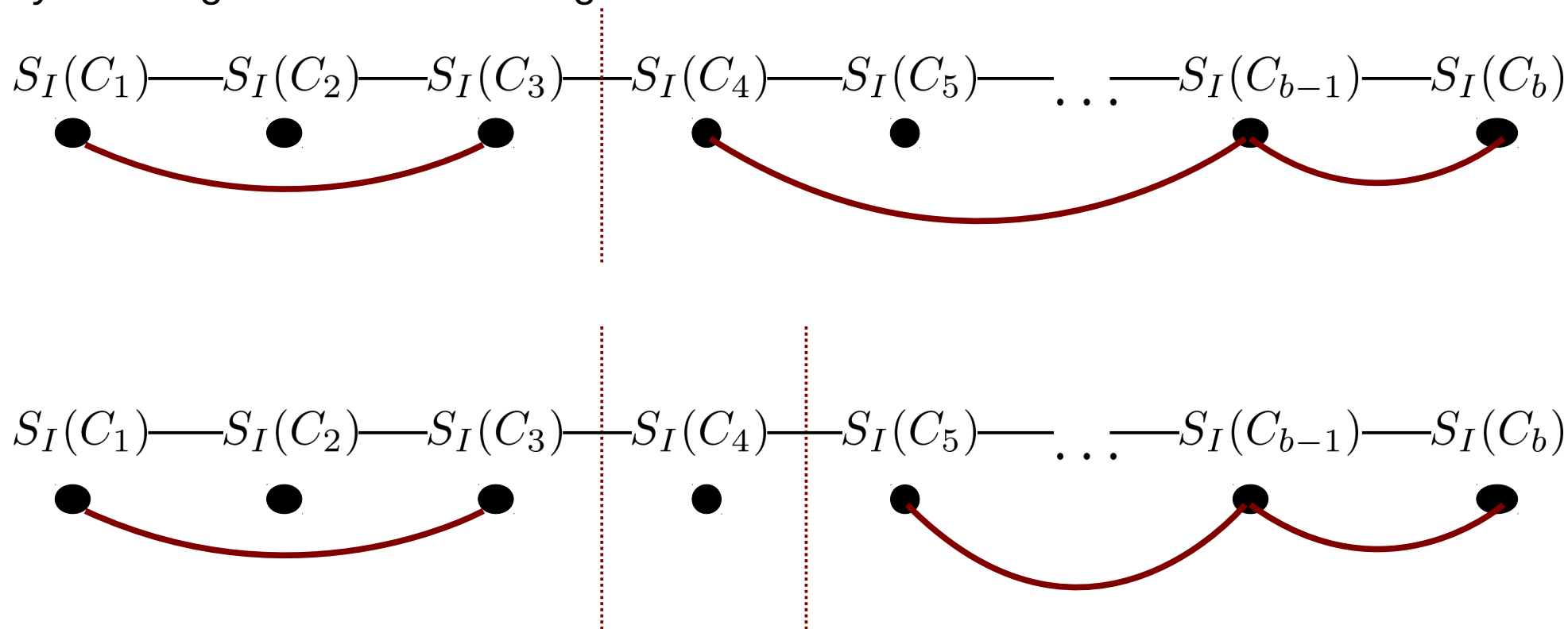
$$n(C_1 C_2 C_3 \dots C_b)$$

Diagramatyczna reprezentacja funkcji rozkładu

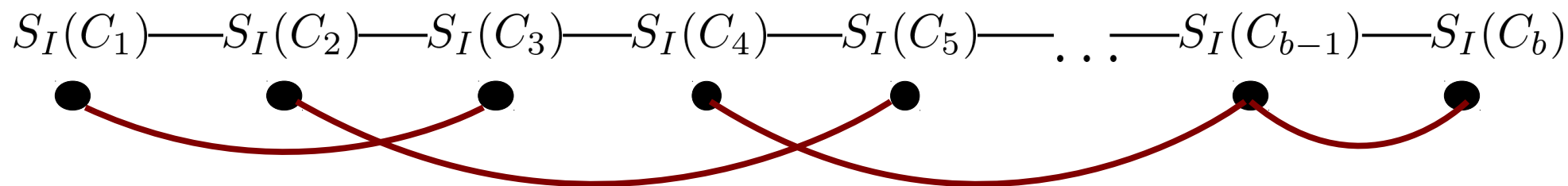
$$\begin{aligned} n(C_1 C_2 C_3) = & g(C_1)g(C_2)g(C_3) + g(C_1|C_2)g(C_3) \\ & + g(C_1|C_3)g(C_2) + g(C_1)g(C_2|C_3) \\ & + g(C_1|C_2|C_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(C_1 C_2 C_3) = & \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} + \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\ & + \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} + \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\ & + \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \end{aligned}$$

Przykład diagramu redukowalnego:



Przykład diagramy nieredukowalnego:



$$T = T^{irr} + T^{irr}GT$$

Rozkład grupowy (1982):

$$T^{irr} = \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_g} \int dC_1 \dots dC_g b(C_1 | \dots | C_g) S_I(C_1) G \dots G S_I(C_g)$$

Blokowe funkcje rozkładu w języku diagramatycznym:

$$b(C_1 | \dots | C_g) = \text{Wszystkie wyrazy z } n(C_1 \dots C_g) \text{ dające}$$

nieredukowalne diagramy dla sekwencji $C_1 | \dots | C_g$

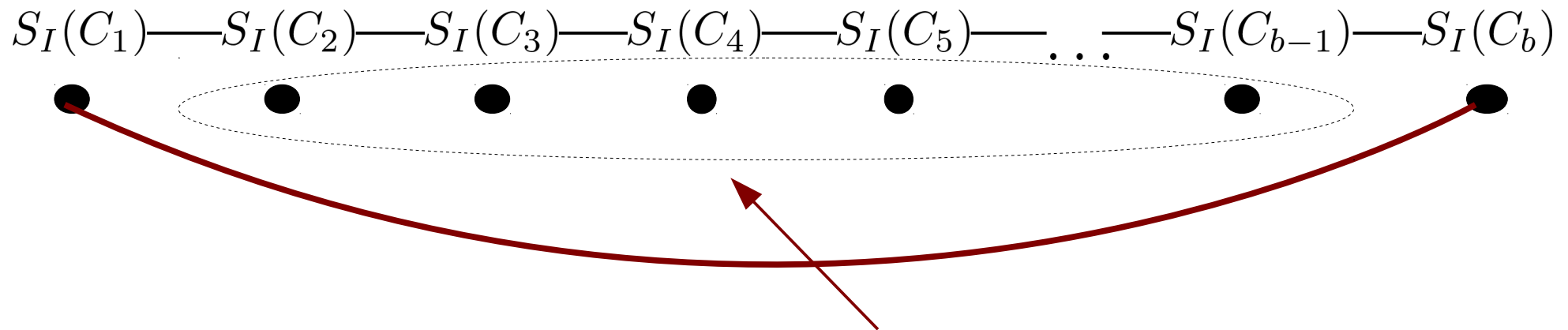
Blokowe funkcje rozkładu - wzór rekurencyjny (Cichocki, Felderhof 1988):

$$b(C) = n(C)$$

$$b(C_1 | \dots | C_k | C_{k+1} | \dots | C_g) = b(C_1 | \dots | C_k C_{k+1} | \dots | C_g) - b(C_1 | \dots | C_k) b(C_{k+1} | \dots | C_g)$$

Dalsza analiza operatora Tirr (2011)

$$T^{irr} = \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_g} \int dC_1 \dots dC_g b(C_1 | \dots | C_g) S_I(C_1) G \dots G S_I(C_g)$$



Tu możliwe są wszystkie rodzaje funkcji korelacji, dają one

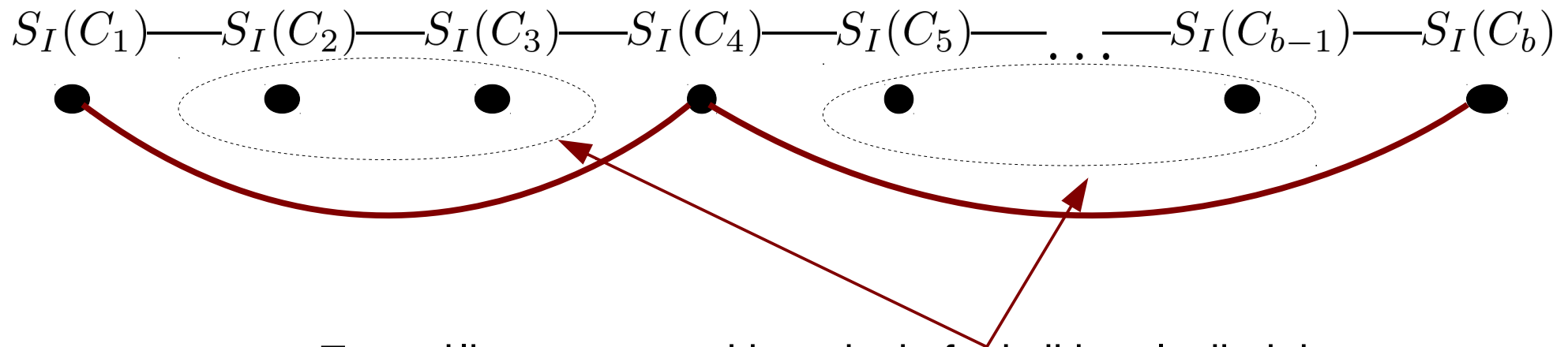
$$n(C_2 \dots C_{b-1})$$

A po przesumowaniu sekwencji rozproszeniowych i przecałowaniu:

$$G_{eff} = G + GTG$$

Dalsza analiza operatora Tirr (2011)

$$T^{irr} = \sum_{g=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_g} \int dC_1 \dots dC_g b(C_1 | \dots | C_g) S_I(C_1) G \dots G S_I(C_g)$$



Tu możliwe są wszystkie rodzaje funkcji korelacji, dają one

$$n(C_2 C_3) n(C_5 \dots C_{b-1})$$

A po przesumowaniu sekwencji rozproszonych i przecałowaniu:

$$G_{eff} = G + GTG$$

$$T^{irr} = \sum_{b=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_b} \int dC_1 \dots dC_b H(C_1 | \dots | C_b) S_I(C_1) G_{\text{eff}} \dots G_{\text{eff}} S_I(C_b)$$

Blokowe funkcje korelacji w języku diagramatycznym:

$$H(C_1 | \dots | C_g) = \text{Wszystkie łańcuchy z } n(C_1 \dots C_g)$$

Łańcuch – wszystkie wyrazy z $n(C_1 \dots C_g)$ które łączą wszystkie punkty (także przez przecięcie), e.g.

$$H(C_1) = \overset{C_1}{\bullet}$$

$$H(C_1 | C_2) = \overset{C_1}{\bullet} \text{---} \overset{C_2}{\bullet}$$

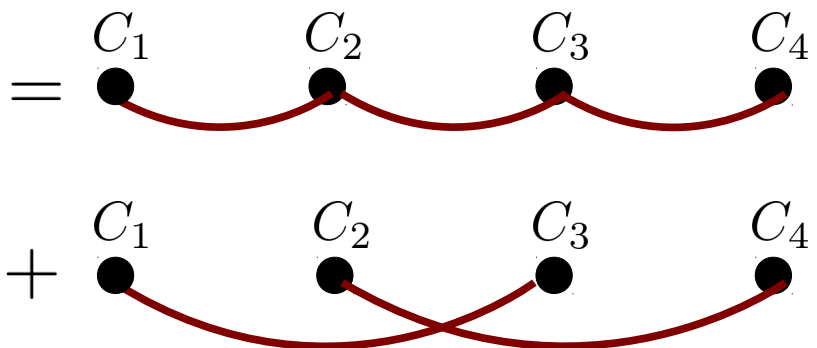
$$H(C_1 | C_2 | C_3) = \overset{C_1}{\bullet} \text{---} \overset{C_2}{\bullet} \text{---} \overset{C_3}{\bullet}$$

$$T^{irr} = \sum_{b=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_b} \int dC_1 \dots dC_b H(C_1 | \dots | C_b) S_I(C_1) G_{\text{eff}} \dots G_{\text{eff}} S_I(C_b)$$

Blokowe funkcje korelacji w języku diagramatycznym:

$$H(C_1 | \dots | C_g) = \text{Wszystkie łańcuchy z } n(C_1 \dots C_g)$$

Łańcuch – wszystkie wyrazy z $n(C_1 \dots C_g)$ które łączą wszystkie punkty (także przez przecięcie), e.g.

$$H(C_1 | C_2 | C_3 | C_4) =$$


$$T^{irr} = \sum_{b=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_b} \int dC_1 \dots dC_b H(C_1 | \dots | C_b) S_I(C_1) G_{\text{eff}} \dots G_{\text{eff}} S_I(C_b)$$

Blokowe funkcje korelacji w języku diagramatycznym:

$$H(C_1 | \dots | C_g) = \text{Wszystkie łańcuchy z } n(C_1 \dots C_g)$$

Blokowe funkcje korelacji (wzór rekurencyjny):

$$\begin{aligned} & b(C_1 | \dots | C_b) = \\ & \sum_{r=1}^{b-1} \sum_{1=i_1 < i_2 < \dots < i_{r+1}=b} H(C_{i_1} | \dots | C_{i_{r+1}}) \times \\ & n(\{C_{i_1} \dots C_{i_2}\} \setminus \{C_{i_1} C_{i_2}\}) \dots n(\{C_{i_r} \dots C_{i_{r+1}}\} \setminus \{C_{i_r} C_{i_{r+1}}\}) \end{aligned}$$

Porównanie rozwinięcia pierścieniowego i grupowego

Felderhof, Ford, Cohen:
$$T^{irr} = \sum_{b=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_b} \int dC_1 \dots dC_b b(C_1 | \dots | C_b) S_I(C_1) G \dots G S_I(C_b)$$

Rozwinięcie pierścieniowe (2011)

$$T^{irr} = \sum_{b=1}^{\infty} \sum_{C_1 \dots C_b} \int dC_1 \dots dC_b H(C_1 | \dots | C_b) S_I(C_1) G_{eff} \dots G_{eff} S_I(C_b)$$

Kiedy środkowa grupa oddała się od innych:

$$b(C_1 | C_2 | C_3) \longrightarrow b(C_1 | C_3) b(C_2)$$

$$H(C_1 | C_2 | C_3) \longrightarrow 0$$

propagatory

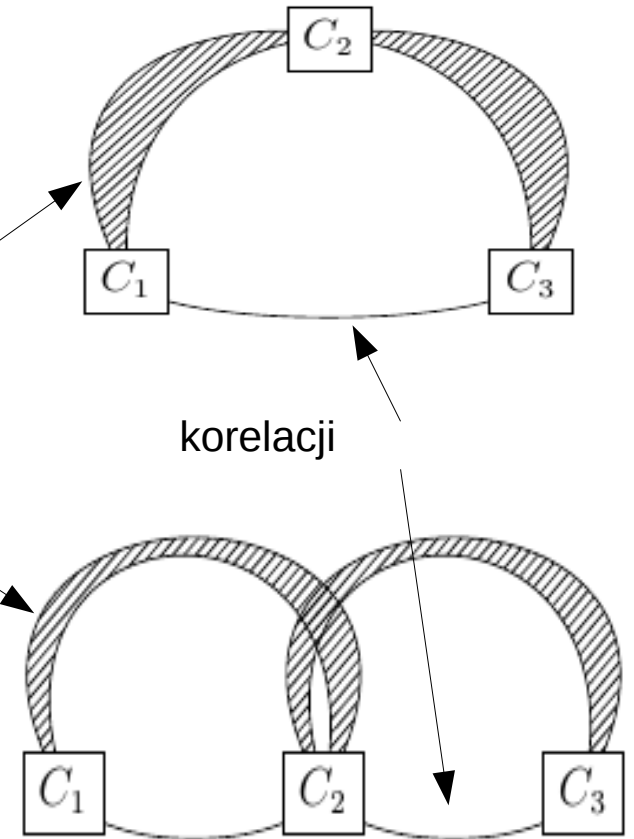
G

G_{eff}

korelacji

Dwie ważne różnice:

- propagator
- objętość całkowania



Dwa schematy przybliżonego wyznaczania współczynników transportu

Konstrukcja schematu przybliżonego polega na wzięciu przybliżenia opartego na rozwinięciu grupowym z następującą modyfikacją:

$$G \Longrightarrow G_{\text{eff}}$$

Przybliżenie Clausiusa-Mossottiego $\Longrightarrow$

Uogólnione przybliżenie
Clausiusa-Mossottiego

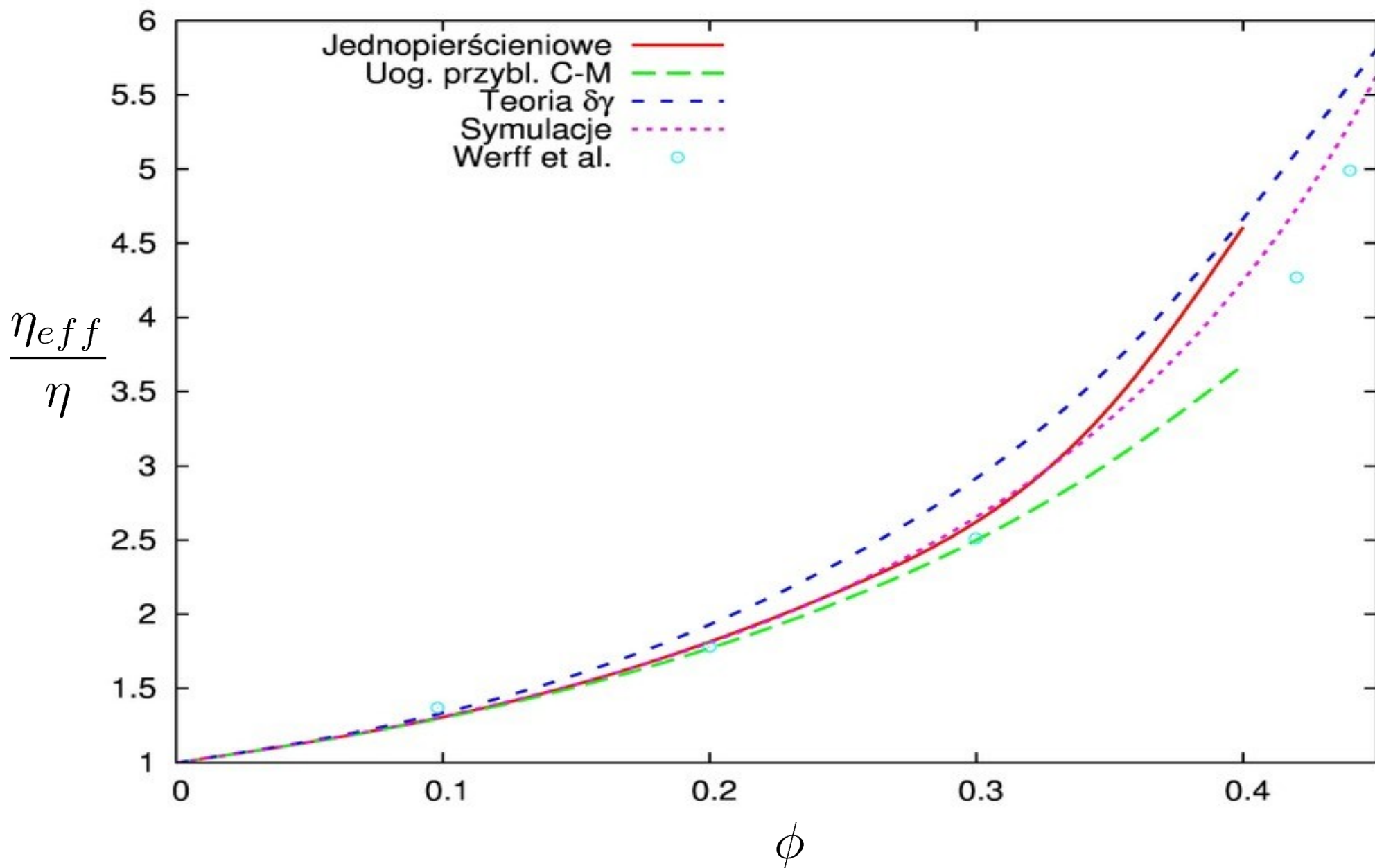
(dwuciałowe oddziaływania hydrodynamiczne
niekompletne – tak samo jak w schemacie $\delta\gamma$)

Przybliżenie jednopierścieniowe (dwuciałowe oddziaływania hydrodynamiczne w pełni uwzględnione)

Równania można rozwiązać zadając:

- ułamek objętościowy
- dwuciałową funkcję rozkładu (PY); (trójciałowa funkcja korelacji poprzez przybliżenie superpozycyjne Kirkwooda)
- dwuciałowe oddziaływania hydrodynamiczne

Lepkość efektywna



Podsumowanie

- W zawieszinach ważną rolę odgrywają oddziaływania hydrodynamiczne, które są długozasięgowe, wielociałowe, bliskie cząstki silnie oddziałują
- Brak rozsądnej metody fizyki statystycznej do wyznaczania współczynników transportu obejmującej trzy powyższe cechy
- Rozwinięcie pierścieniowe – obejmuje trzy powyższe cechy już w niskim rzędzie rozwinięcia



We współpracy z prof. Bogdanem Cichockim z
Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

*Polskie Towarzystwo Fizyczne i Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego
mają zaszczyt zaprosić na wykład prof. dr. hab. Bogdana Cichockiego*

*O Marianie Smoluchowskim na trzy lata
przed setną rocznicą śmierci.*

*Wykład odbędzie się 19 maja 2014 r. o godz. 16.30 w Sali Dużej Doświadczalnej
Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego przy ul. Hożej 69.*

*Prezes Polskiego Towarzystwa Fizycznego
prof. dr hab. Katarzyna Chałasińska-Macukow*

*Dziekan Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego
prof. dr hab. Teresa Rząca-Urban*

Powtarzające struktury T^{irr}

$$T^{irr} = T_{CM}^{irr} (1 - [hG] T_{CM}^{irr})^{-1}$$

Operator Clausiusa-Mossottiego

Przybliżenie Clausiusa-Mossottiego:

$$T_{CM}^{irr} \approx nM$$

$$T^{irr} = T_{RCM}^{irr} (1 - [hG_{\text{eff}}] T_{RCM}^{irr})^{-1}$$

Zrenormalizowany operator Clausiusa-Mossottiego

Uogólnione przybliżenie Clausiusa-Mossottiego:

$$T_{RCM}^{irr} \approx nB$$

Metoda przybliżona: w oparciu o przybliżone równanie na T_{RCM}^{irr}

Zrenormalizowany operator Clausiusa-Mossottiego

$$T_{RCM}^{irr} = \sum_{r=0}^{\infty} T_{RCM,r}^{irr},$$

$$T_{RCM,0}^{irr}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \sum_{C_1} \int dC_1 n(C_1) S_I(C_1; \mathbf{R}, \mathbf{R}'),$$

$$T_{RCM,1}^{irr}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \sum_{C_1, C_2} \int dC_1 dC_2 \int d^3\mathbf{R}_1 d^3\mathbf{R}_2 [H(C_1|C_2) - h(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)] \times \\ \times n(C_1) S_I(C_1; \mathbf{R}, \mathbf{R}_1) G_{eff}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) n(C_2) S_I(C_2; \mathbf{R}_2, \mathbf{R}'),$$

...

Przybliżenie jednopierścieniowe

Conajwyżej jeden pierścień w T_{RCM}^{irr}

Conajwyżej dwuciałowe oddziaływania w S_I

Przybliżenie Kirkwooda na trójciałową funkcję korelacji:

$$n(123) \approx n^3 g(12) g(13) g(23)$$

Renormalizacja oddziaływań dwuciałowych:

$$S_I(12) \rightarrow BS_I(12)B$$

$$T^{irr} = nB + BT^{irr}B$$